2016.1.11
Hiroshi Michiwaki
道脇　裕

特殊相対性理論と可減集合論的ゼロ除算から導かれる質量の遷移機構

１．序論

2014年10月10日付けで，「物理方程式と可減集合論的ゼロ除算を繋ぐパラメータの導入に関する研究に関する研究」と題するNoteにおけるセクション「Ⅲ．特殊相対性理論と可減集合論的ゼロ除算の考察」の中で，有限質量体（以下，有質量粒子という．）が光速度で移動する際に，見かけ上の相対論的質量mがゼロとなる一方で，系としては，静止質量m_0が残るということを示しているが，それは，2014年3月18日付けNoteで記述した可減集合論的ゼロ除算を用いることで導出している．

今回は，これについてより精緻に解釈を述べるものとする．A.アインシュタインは，特殊相対性理論の構築やローレンツ変換におけるローレンツ因子（(1)式参照．）の解釈から光を除いて，光速度c以上の速度で移動するモノは存在しない，と考えたと思われる．それは，(1)式に見るように，

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (1)$$

$v \to c$の極限で，$\gamma \to \infty$となると考えられたからに他ならない．当時，このような不合理に陥らないためには，有質量粒子は光速度で移動することはないと解釈する他なかったと考えてよいであろう．それは，特殊相対論的質量mが，

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (2)$$

で与えられることによる．

ところが，可減集合論的ゼロ除算によれば，(2)式において，$v=c$のとき，

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-1}} = \frac{m_0}{0} = 0 \cdots m_0 \qquad (3)$$

が得られるのである．ここで，(3)式の最右辺の“…”は，“…”以後が剰余項であることを意味する．

２．(3)式が指し示すモノ

(3)式は，或る物体が光速度cで移動すると，見かけ上の特殊相対論的質量mは消失して0

となり，系として，静止質量m_0が現れると述べている．つまり，光速度cで移動するモノは静止質量m_0として観測されると述べているのである．

それは，光子（photon）を例に(3)式に当て嵌めて考えてみると，光子の静止質量${}^{c}m_0$は，

$$ {}^{c}m_0 = 0 \qquad (4) $$

であるから，

$$ {}^{c}m = \frac{{}^{c}m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{{}^{c}m_0}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} = \frac{{}^{c}m_0}{\sqrt{1-1}} = \frac{{}^{c}m_0}{0} = 0 \cdots\ {}^{c}m_0 = 0 \qquad (5) $$

を得る．(5)式によれば，光（photon）は，静止していても光速度cで移動していても，或いは光速度c以外の速度で移動しても質量は発現しない，つまり，恒常的に0であることを示している．

ここで，ニュートリノについて考えてみると，ニュートリノには，有限微小な静止質量${}^{\nu}m_0$（数eV/c^2以下）が有ると考えられ，これより，

$$ {}^{\nu}m(0) = {}^{\nu}m_0 > 0 \qquad (6) $$

と表される．そして，0＜v＜cを満たす移動速度vに対して，

$$ {}^{\nu}m(v) = \frac{{}^{\nu}m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > {}^{\nu}m_0 > 0 \qquad (7) $$

が成り立ち，更に，$v \to c$の極限において，

$$ \lim_{v \to c} {}^{\nu}m(v) = \lim_{v \to c} \frac{{}^{\nu}m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \infty \qquad (8) $$

となり（これについては，別の視点から後述するものとする．），v＝cの局所において，

$$ {}^{\nu}m(c) = \frac{{}^{\nu}m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{{}^{\nu}m_0}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} = \frac{{}^{\nu}m_0}{\sqrt{1-1}} = \frac{{}^{\nu}m_0}{0} = 0 \cdots\ {}^{\nu}m_0 > 0 \qquad (9) $$

を得る．つまり，光速度cで移動するニュートリノは，特殊相対論的効果を消失して，結果的に，

$$ {}^{\nu}m(c) = {}^{\nu}m_0 > 0 \qquad (10) $$

が観測されることを意味していると考えられる．

以上が，有質量粒子，即ち，ニュートリノにおける質量変化の可減集合論的ゼロ除算による特殊相対論における数学的機構であると考えられる．

この関係をFig.1のグラフに示す．ここで，Fig.1に示す薄水色の曲線は，ローレンツ因子のグラフに対応している．このグラフからも判るとおり，特殊相対論的効果は，$v \to c$までの範囲で現れ，c＝vのときに，ゼロ除算的な強力な不連続性が現れ，${}^{\nu}m(c)$＝${}^{\nu}m(0)$＝${}^{\nu}m_0$となっていることが見てとれる．

つまり，光速度cで移動する有質量粒子は、相対論的効果を消失して、元の質量m_0が残る，若しくは発現すると考えるのが，可減集合論的ゼロ除算における最も自然な解釈であろう．

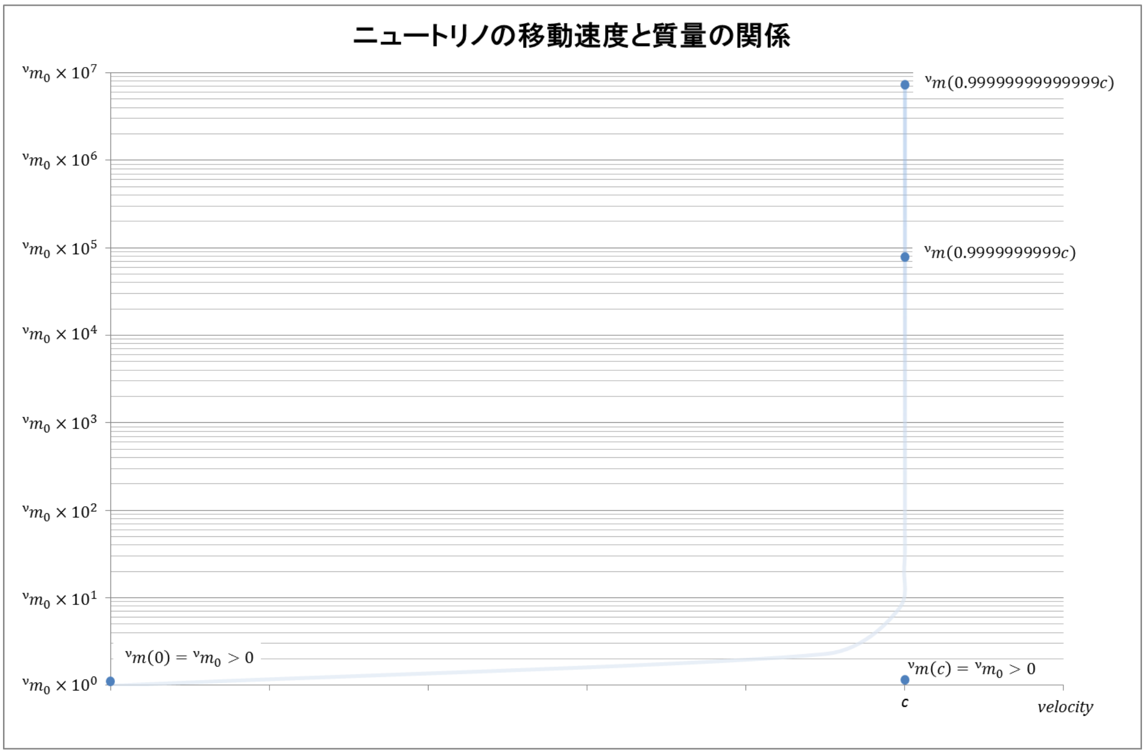

Fig.1　ニュートリノの移動速度と質量の関係

光速度 c から速度を落とすと見かけ上の質量 ${}^{\mathrm{v}}m(v_2)$が，${}^{\mathrm{v}}m(v_2)>{}^{\mathrm{v}}m_0>0$ を満たすように増大する．しかし，更に速度を落とすと，ローレンツ因子のグラフに沿って見かけ上の質量 ${}^{\mathrm{v}}m(v_1)$が，${}^{\mathrm{v}}m(v_2)>{}^{\mathrm{v}}m(v_1)>{}^{\mathrm{v}}m_0>0$　$(v_1<v_2)$ を満たすように低下する．

なお，ここで 1 つ重要な視点を以て，この速度の低下の仕方，或いは，質量遷移の機構を捉えておく必要がある．それは，質量遷移が不連続的な値を以て起こっていると考えられると言うことである．これによって，実際には，(8)式に見るような無限大の質量は発現されず，ニュートリノ速度は，光速度 c から速度低下する際に，$v \rightarrow c$ のような極限的値はとらず，適当な離散値を以て速度低下するものと考えられる．

３．Fig.1 作成に当たっての留意

16 万光年先の大マゼラン星雲の超新星爆発によって発せられ，1987 年 2 月 23 日に地球に到着した光の光学観測とニュートリノの観測の結果のみならず，2011 年 8 月 23 日に発見され，9 月 13 日にピークを迎えた天体現象である M101 の超新星爆発の観測結果では，超新星爆発圏からの脱出が光よりも容易なニュートリノの方が，光学観測に先んじること 3 時間程度で観測され，2700 万光年先の彼方から飛来するニュートリノと光との間に殆ど時

差無く地球まで到着していることが見てとれる．この事実に着目すると，光速度とニュートリノ速度との間において，超新星爆発点から地球上の観測点までの飛行時間に，数秒以内程度の差しかないと考えた場合，そう仮定すると，ニュートリノ速度は，光速度の99.999999999999％程度の速度で移動可能であることを意味しており，この場合，ローレンツ変換におけるローレンツ因子の値が，7.07×10^{6}程度となるため，数 eV 程度以下であるニュートリノ質量も数 MeV 程度として観測されるということが考えられることになる．

さて，Fig.1 のグラフの作成に当たっては，次のことを前提としている．

ⅰ．ニュートリノは，有限の静止質量 ${}^{\nu}m(0)={}^{\nu}m_0>0$ を有する．

∵　静止質量 ${}^{\nu}m(0)={}^{\nu}m_0=0$ とすると，光子の場合同様に，如何なる速度においてもニュートリノが，質量を発現することが無くなり，従って，観測事実に反することになるからである．

ⅱ. ニュートリノ移動速度の光速率は, 2 つの超新星爆発（大マゼラン星雲, M101-NGC5457）観測時における光学観測とニュートリノ観測との遅延差についての仮定に基づいて，特により遠方の超新星爆発からの飛来ニュートリノにおける遅延差の計算値に基づいて，表２から選出している．このとき，光学観測とニュートリノ観測との遅延差は，上記仮定として，超新星爆発圏からの脱出が光よりも容易とされるニュートリノの 3 時間程度の前着を無視して，数秒以内であるとしている．従って，表２より，光速率としては，遅延差 8.46 秒に対応する，99.999999999％を採用している．

ⅲ．グラフ上における ${}^{\nu}m(0.99999999999999c)$のプロットは，表２から選出した光速率を表３に適用して，これに対応するローレンツ因子の値を用いている．

ⅳ．グラフ上における ${}^{\nu}m(0.9999999999c)$は，ミューニュートリノの質量の上限として公表されている値の，電子ニュートリノの質量として公表されている値の上限に対する比として，表３のローレンツ因子の値と対応させて，プロットしている．

ⅴ．グラフ上における $v=c$ のプロットは，⑼式並びに⑽式の結果 ${}^{\nu}m(c)={}^{\nu}m(0)={}^{\nu}m_0>0$ を用いている．

表１．**大マゼラン星雲の超新星爆発にみる**ニュートリノ速度 v と遅延秒数 t の関係

大マゼラン星雲までの距離　　16 万光年　　1.51372×10^{21}　m

ニュートリノ移動速度の光速率	所要移動時間[sec]	所要年数	遅延年数	遅延日数	遅延秒数
90.000000000000%	5.61024000E+12	177,778	17,778	6,493,333	561,024,000,000.00
99.000000000000%	5.10021818E+12	161,616	1,616	590,303	51,002,181,818.18
99.900000000000%	5.05427027E+12	160,160	160	58,498	5,054,270,270.27
99.990000000000%	5.04972097E+12	160,016	16	5,845	504,972,097.21
99.999000000000%	5.04926649E+12	160,002	2	584	50,492,664.93
99.999900000000%	5.04922105E+12	160,000	0	58	5,049,221.05
99.999990000000%	5.04921650E+12	160,000	0	6	504,921.65
99.999999000000%	5.04921605E+12	160,000	0	1	50,492.16
99.999999900000%	5.04921601E+12	160,000	0	0	5,049.22
99.999999990000%	5.04921600E+12	160,000	0	0	504.92
99.999999999000%	5.04921600E+12	160,000	0	0	50.49
99.999999999900%	5.04921600E+12	160,000	0	0	5.05
99.999999999990%	5.04921600E+12	160,000	0	0	0.51
99.999999999999%	5.04921600E+12	160,000	0	0	0.05

表２．M101（NGC 5457）の超新星爆発にみるニュートリノ速度 *v* と遅延秒数 *t* の関係

M101（NGC 5457）までの距離　　2700 万光年　　2.5544×10^{23}　m

ニュートリノ移動速度の光速率	所要移動時間[sec]	所要年数	遅延年数	遅延日数	遅延秒数
90.000000000000%	9.46728000E+14	30,000,000	3,000,000	1,095,750,000	94,672,800,000,000.10
99.000000000000%	8.60661818E+14	27,272,727	272,727	99,613,636	8,606,618,181,818.09
99.900000000000%	8.52908108E+14	27,027,027	27,027	9,871,622	852,908,108,108.07
99.990000000000%	8.52140414E+14	27,002,700	2,700	986,274	85,214,041,404.30
99.999000000000%	8.52063721E+14	27,000,270	270	98,618	8,520,637,206.37
99.999900000000%	8.52056052E+14	27,000,027	27	9,862	852,056,052.08
99.999990000000%	8.52055285E+14	27,000,003	3	986	85,205,528.56
99.999999000000%	8.52055209E+14	27,000,000	0	99	8,520,552.10
99.999999900000%	8.52055201E+14	27,000,000	0	10	852,055.28
99.999999990000%	8.52055200E+14	27,000,000	0	1	85,205.55
99.999999999000%	8.52055200E+14	27,000,000	0	0	8,520.60
99.999999999900%	8.52055200E+14	27,000,000	0	0	852.08
99.999999999990%	8.52055200E+14	27,000,000	0	0	85.23
99.999999999999%	8.52055200E+14	27,000,000	0	0	8.46

表３．特殊相対論的質量の倍率 ローレンツ因子の計算値

ニュートリノ移動速度の光速率	光速率の2乗（v^2/c^2）	1-（v^2/c^2）	√（1-（v^2/c^2））	1/√（1-（v^2/c^2））
90.000000000000%	0.81000000000000	0.19000000000000	0.435889894	2
99.000000000000%	0.98010000000000	0.01990000000000	0.141067360	7
99.900000000000%	0.99800100000000	0.00199900000000	0.044710178	22
99.990000000000%	0.99980001000000	0.00019999000000	0.014141782	71
99.999000000000%	0.99998000010000	0.00001999990000	0.004472125	224
99.999900000000%	0.99999800000100	0.00000199999900	0.001414213	707
99.999990000000%	0.99999980000001	0.00000019999999	0.000447214	2,236
99.999999000000%	0.99999998000000	0.00000002000000	0.000141421	7,071
99.999999900000%	0.99999999800000	0.00000000200000	0.000044721	22,361
99.999999990000%	0.99999999980000	0.00000000020000	0.000014142	70,711
99.999999999000%	0.99999999998000	0.00000000002000	0.000004472	223,607
99.999999999900%	0.99999999999800	0.00000000000200	0.000001414	707,115
99.999999999990%	0.99999999999980	0.00000000000020	0.000000447	2,235,720
99.999999999999%	0.99999999999998	0.00000000000002	0.000000141	7,073,895