2016.1.28
Hiroshi Michiwaki
道脇　裕

特殊相対性理論におけるエネルギー保存則と運動量保存則とゼロ除算

特殊相対論的質量 $m(v)$の形式は，

$$m(v)=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (1)$$

で与えられる．より一般的には，この両辺に c^2 を乗じて，

$$E=m(v)c^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (2)$$

と表され，これは，系の全エネルギーを与える．
さて，いま，この静止質量 m_0 の物体（例えば，ニュートリノ）が，速度 c で移動していたとする．すると，ゼロ除算によれば，

$$E=m(c)c^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}}=\frac{m_0c^2}{0}=0 \qquad (3)$$

となり，この系の全エネルギーが 0 になったことになってしまい，実験事実に反する．
ところが，可減集合論的ゼロ除算の場合には，（3）式は，

$$E=m(c)c^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{m_0c^2}{0}=0\cdots m_0c^2 \qquad (4)$$

となって，系のエネルギーが保存されることを意味する．
同様に，(1)式の両辺に移動速度 v を乗じると（本来運動量は，ベクトル量であるが，本質理解を容易とするため，スカラー扱いすると），

$$P=m(v)v=\frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (5)$$

を得る．(3)式同様に，この静止質量 m_0 の物体（例えば，ニュートリノ）が，速度 c で移動していたとする．すると，ゼロ除算によれば，

$$P=m(c)c=\frac{m_0c}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}}=\frac{m_0c}{0}=0 \qquad (6)$$

となり，やはり運動量保存の法則に反する結果となる．勿論，可減集合論的ゼロ除算によれば，(6)式は，

$$P = m(c)c = \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}} = \frac{m_0 c}{0} = 0 \cdots m_0 c \qquad (7)$$

となって，系の運動量が保存されることを意味する．