2016 年 2 月 17 日
Hiroshi Michiwaki
道脇　裕

ゼロ対数 log 0＝0 とゼロ除算

定理　ネイピア数 e を底とする対数について，

$$\log 0 = 0$$

が成り立つ．

証明　双曲関数 y＝1/x に関し，x について閉区間[0,0]における定積分を考える．つまり，

$$\int_{[0}^{0]} \mathrm{d}x \frac{1}{x} \qquad (1)$$

を考える．この積分は，ゼロ除算の基本定理 0/0＝0 によって，

$$\int_{[0}^{0]} \mathrm{d}x \frac{1}{x} = \left[\frac{1}{x} \cdot x\right]_{x=0} = \frac{0}{0} = 0 \qquad (2)$$

であり，他方，双曲関数の定積分によって，

$$\int_{[0}^{0]} \mathrm{d}x \frac{1}{x} = [\log_e x]_{[0}^{0]} = \log_e 0 - \log_e 0 \qquad (3)$$

であるから，(2)式と(3)式より，

$$\log_e 0 - \log_e 0 = 0 \qquad (4)$$

が成り立つ．ここで，(4)式の左辺は，ゼロ除算$0^{-1} = 0$を用いて，

$$\log_e 0 - \log_e 0 = \log_e 0 + \log_e 0^{-1} = \log_e 0 + \log_e 0 \qquad (5)$$

と変形される．従って，(4)式と(5)式より，

$$\log_e 0 + \log_e 0 = 0 \qquad (6)$$

が成り立つ．これより直ちに，

$$2\log_e 0 = 0$$

$$\therefore \quad \log_e 0 = 0 \qquad (7)$$

を得る．□