2017.10.7
Hiroshi Michiwaki
道脇　裕

閉点の次元とゼロ除算

閉点とは，ユークリッドの点のことである．即ち，閉点は，位置を示す以外に，大きさや向き，傾きなどあらゆる数学特性を有さない．他方，ユークリッド次元においては，線は１次元であり，平面は２次元であり，立体は３次元などであるとされる．つまり，１次独立の変数の数量で次元が規定されているが，それでは閉点の次元は如何なるモノなのか．あらゆる数学特性を有さない閉点であるが，閉点に次元は有るのか，有るとするとそれは０次元なのか．仮にそうであるとすると，なにゆえに閉点は０次元なのかを考えてみよう．
ユークリッド次元D_Eは，次の等式で表される．即ち，

$$D_E = \frac{\log N(\gamma)}{\log \gamma} \qquad (1)$$

である．ここで，γは，単位線形サイズの各空間方向に対する縮尺$1/\gamma$によって規定され，$N(\gamma)$は自己相似図形の数量であって，$N(\gamma) = \gamma^{D_E}$と表される．
さて，閉点には大きさが無い．従って，それ以上小さくできないので縮尺は元のままの 1 である．よって，$1/\gamma = 1$より，$\gamma = 1$である．また，自己相似図形の数量$N(1)$は，勿論，自身の１個，１点でしかないので，$N(1) = 1$である．従って，(1)式は，

$$D_E = \frac{\log N(\gamma)}{\log \gamma} = \frac{\log N(1)}{\log 1} = \frac{\log 1}{0} = \frac{0}{0} = 0 \qquad (2)$$

となり，閉点の次元が，

$$D_E = 0 \qquad (3)$$

と算出される．ただし，(2)式では，ゼロ除算の基本定理$0/0$＝0を用いている．なお，γを$\gamma > 1$として大きく設定することが出来たと仮定し，縮尺$1/\gamma$を小さく設定出来たとしても閉点の大きさはゼロなので，自己相似図形の数量$N(\gamma)$は，1のままであることに注意すれば，(3)式の結果は変わらないことに注意する．また，閉点は，位置以外に数学的特性を有さないということから自己相似図形の数量$N(\gamma)$が，$N(\gamma) = \emptyset = 0$であるとするならば，

$$\log N(\gamma) = \log 0 = 0 \qquad (4)$$

となり，やはり(3)式が成り立つ．ただし，(4)式の$\log 0 = 0$は，拙著の零除算 29“ゼロ対数 $\log 0 = 0$ と零除算”における定理による．