2018.5.6

Hiroshi Michiwaki

道脇　裕

0×0＝100 が成り立つ
～ゼロ乗算とゼロ除算～

除算の定義を，乗算の逆演算に求めるとき，即ち，

$$a \times b = c \Leftrightarrow c \div a = b \;\; or \; \frac{c}{a} = b \quad (a, b, c \in \mathrm{R}) \qquad (1_0)$$

で規定しようとするとき，ゼロ除算の問題が避けられなくなる．つまり，(1_0)式において，$a = 0$と置くとき，(1_0)式が,

$$0 \times b = c \Leftrightarrow c \div 0 = b \;\; or \; \frac{c}{0} = b \quad (a, b, c \in \mathrm{R}) \qquad (2_0)$$

となることによって，この問題が発生するということである．特に，深刻な問題は，如何なる数cもゼロで割れば，商bがゼロになるというゼロ除算の一意性定理，即ち，

$$b = \frac{c}{0} = 0 \quad (c \in \mathrm{R}) \qquad (3_0)$$

が成り立つ，という事実から発せられる．ここで，cは任意の実数であるから例えば，c＝100と置くと，(3_0)式より，

$$\frac{100}{0} = 0 \qquad (4_0)$$

が成り立つことになる．ところが，(1_0)式の関係から，この(4_0)式を逆演算変換すると，

$$0 \times 0 = 100 \qquad (5_0)$$

が成り立つということになってしまう．更に，深刻なことに，(5_0)式の右辺は，任意の実数として成り立つことになるので，

$$\begin{gathered} 0 \times 0 = -1 \\ 0 \times 0 = 0 \\ 0 \times 0 = 1 \\ 0 \times 0 = \sqrt{2} \\ 0 \times 0 = 2 \\ 0 \times 0 = e \\ 0 \times 0 = 3 \\ 0 \times 0 = \pi \\ \vdots \\ 0 \times 0 = 100 \\ \vdots \end{gathered} \qquad (6_0)$$

の何れも成立することになり，これより直ちに，

$$-1=0=1=\sqrt{2}=2=e=3=\pi=\cdots=100=\cdots \qquad (7_0)$$

が得られることになるということである．これは,”全ての実数は等しい”ということを述べている．このことから,”ゼロ除算は矛盾する”と,”0 の発見”以来，あらゆる時代のあらゆる諸学者によって考えられて来た．ところが，2014 年のゼロ除算の一意性定理の証明が為されて以来，(3_0)式は厳密に成り立つことがハッキリした．(7_0)式の如くの問題は，何に発するモノなのか，という疑問が湧くが，(1_0)式で規定される乗算と除算の逆演算変換が成立していないとするのは，特異な 0 の例外性を認めるようなモノであり，余りにも不自然である．

そこで，本論では，この人類史上最大謎題の，問題の本質を明確化すると共に，根本的且つ自然な形で，全てが矛盾なく成立していることを示す．

これには，先ず，次の 5 つの自然な公理を導入し，それら 5 つの公理に基づいて,”乗算と除算の逆演算変換性”と”ゼロ除算の一意性定理”とによる相反的な両立性に見る,”全実数の等価性”という結果から構成される三大命題の完全な調和に帰結することを示そう．

なお，次に導入する，公理Ⅰは，拙著”零除算 48～53”を参照のこと，公理Ⅱはゼロ除算の基本定理であって，ゼロ除算の一意性定理から自明であり，公理Ⅲは分数の基本的な性質を公理として導入するものであり，公理Ⅳは実数乗算の基本的な性質を公理として導入するものであり，公理Ⅴは，本論の前提とすべき，乗算と除算の逆演算変換性そのものである．

公理

Ⅰ）$a\times b_1=c\wedge a\times b_2=c\Rightarrow b_1\equiv b_2 \quad \text{if:}\, a=0\Rightarrow b_1\equiv b_2\equiv 0$

Ⅱ）$\frac{0}{0}=0$

Ⅲ）$\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}=\frac{b\times d}{a\times c} \quad \text{if:}\, c=1\Rightarrow \frac{b}{a}\times d=\frac{b\times d}{a}$

Ⅳ）$a\times b=b\times a$

Ⅴ）$a\times b=c\Leftrightarrow \frac{c}{a}=b$

ただし，上記代数は，全て実数であるものとする．なお，ここでの$A\equiv B$は，AとBが互いに同値であることを意味する．

※公理Ⅰの if 以右を，非負最小同値性公理（原理）という．

以上の 5 つに基づいて，$0\times 0=100$が成り立つことを以下に示す．

定理）$0\times 0=100$が成り立つ．

証明）先ず，

$$0 \times 100 = 0 \qquad (1)$$

が成り立つことは自明であるが，公理Ⅰより，(1)式における 100 は，

$$100 \equiv 0 \qquad (2)$$

である．そこで，誤認を避ける為にこの 100 を，次の(3)式

$$100_0 := 100 \equiv 0 \qquad (3)$$

で定義するものとする．ところで，(3)式の定義を用いると(1)式は，公理Ⅱによって，

$$\frac{0}{0} \times 100_0 = 0 \qquad (4)$$

と置き換えられる．更に，(4)式は，公理Ⅲによって，

$$\frac{0 \times 100_0}{0} = 0 \qquad (5)$$

と置き換えられる．更に，(5)式は，公理Ⅳによって，

$$\frac{100_0 \times 0}{0} = 0 \qquad (6)$$

と置き換えられる．更に，(6)式は，公理Ⅲによって，

$$\frac{100_0}{0} \times 0 = 0 \qquad (7)$$

と置き換えられる．更に，(7)式は，公理Ⅳによって，

$$0 \times \frac{100_0}{0} = 0 \qquad (8)$$

と置き換えられる．従って，(8)式は，公理Ⅴによって，

$$\frac{100_0}{0} = \frac{0}{0} \qquad (9)$$

と変換され，(9)式に公理Ⅱを適用することによって，

$$\frac{100_0}{0} = 0 \qquad (10)$$

を得る．ここで，再び公理Ⅴを用いると(10)式から，

$$0 \times 0 = 100_0 \qquad (11)$$

を得るが，(3)式の関係を用いて表記を元に戻すと，(11)式は，

$$0 \times 0 = 100 \qquad (12)$$

と書き換えられる．勿論，(12)式は，(2)式並びに(3)式の関係により，

$$0 \times 0 = 100 \equiv 0 \qquad (13)$$

であって，(1)式における 100 を実数sで置き換えれば，明らかに，一般に実数sに対して，

$$0 \times 0 = s \equiv 0 \qquad (14)$$

が成り立つ．■

以上によって,”乗算と除算の逆演算変換性”と,”ゼロ除算の一意性定理”とによる相反的な両立性に見る,”全実数の等価性”という三大命題が，各々矛盾なく成り立ち，相互に完全に調和するというところに帰結された.
特に,”全実数の等価性”という命題は,”乗算と除算の逆演算変換性”と”ゼロ除算の一意性定理”を前提にとしたとき，ゼロ乗算とゼロ除算おいては，何に対して全ての実数が等しいのか，という点を明確にしたと言ってよく，これは,”全ての実数は 0 に同値”となるということを意味していたのである.
つまり，この三大命題は,
”乗算と除算の逆演算変換性”と”ゼロ除算の一意性定理”を前提に，ゼロ乗算とゼロ除算においては,”全ての実数は 0 に同値”
となるということを意味していたのである． 1300 年間を超えて，人類がゼロ除算を排斥し続け，タブーとして扱って来たのは，本論序文に示した根本問題が大きく横たわっていたからに他ならず，その主因は，数概念の記号化によってもたらされた数値記号の発する人間の認知・知覚に対する明示性や固定性の強力さが,” 1 ”は一であり,” 2 ”は二であって他には対応しないという固定観念化による錯覚に基づく．この固定観念化は，おそらく人類史上最強のものであろう．この固定観念は，本論の主題たる謎題の存在を長命化させ，1300 年間を超えるものとさせた．しかしながら驚くべきことに，本論の帰結により，どんな実数も 0 を掛けたり，0 で割ったりすれば，解が 0 となるばかりでなく，掛けられた数も割られた数も 0 と同値になる，一意に 1 進数に同値化されるという結果となり，ここに，本論の主題である人類史上最大謎題は解決されたといえる.